

数学科学習指導案

中学校研究主題

次代に求められる資質・能力を育む学習指導の在り方

—地域と連携した学習支援を通して—

中学校数学科研究主題

次代に求められる資質・能力をはぐくむ学習指導の在り方

—基礎的・基本的な知識・技能を確実に習得し、それを活用できる生徒の育成—

1 単元名 平方根（第3学年、「A 数と式」）

2 単元の目標

- (1) 正の数の平方根についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数理的に捉えたり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けることができる。
- (2) 文字を用いて数量の関係や法則などを考察することができる。
- (3) 正の数の平方根について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとするすることができる。

3 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①数の平方根の必要性と意味を理解している。 ②数の平方根を含む簡単な式の計算をすることができる。 ③具体的な場面で数の平方根を用いて表したり処理したりすることができる。 ④根号の意味を理解している。 ⑤有理数と無理数について理解している。 ⑥ $\sqrt{\quad}$ の記号を用いて身の回りの様々な事象を表したり、処理したりすることができる。 ⑦近似値と誤差の意味や有効数字の意味を理解している。 ⑧数を、 $a \times 10^n$ の形に表すことを理解している。	①既に学習した計算の方法と関連付けて、数の平方根を含む式の計算の方法を考察し表現することができる。 ②数の平方根を具体的な場面で活用することができる。	①数の平方根の必要性と意味を考えようとしている。 ②数の平方根について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ③数の平方根を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

4 単元観

平方根に関連する指導内容は、小学校5年の「小数と分数」、中学校1年の「正の数・負の数」などがある。平方根を導入し、平方根の存在、根号を含む数の大小関係、計算の意味と形式について指導していく。中学校3年で扱う、数の範囲の拡張は、新しい数が導入され、これまでの数で表すことができなかったものが思考の対象になる。1辺の長さが1mである正方形の対角線の長さのように、これまでの有理数では表すことができない量の存在を学ぶ。また、数を2乗することとの逆演算を考える場面で、有理数ではない数が存在することの理解が必要となる。円周率 3.14 を π を用いて表したのと同じように、数を記号 $\sqrt{\quad}$ を用いて表していく。これまで十分に表し得なかった数を簡潔・明瞭に表現すること

ができる記号の良さ知り、正しく用いることができるようにすることは大切なこととなる。

2 節の根号を含む計算の前に、有理数は有限小数か循環小数になり、無理数は循環しない無限小数になることを学習する。有理数と無理数の分類では、それぞれの数の集合に含まれる具体例をあげながら、学習班での話し合い活動を入れながら、分類整理を行う。その際に分数を小数で表す活動を生徒に取り組みせ、有理数は有限小数か循環小数になることを実例や演習をもとに図でまとめ、実感させたい。その後、循環小数を分数に直す方法も扱う。

本単元で学習した内容は、数の範囲を無理数に拡張することによって、二次方程式の解が得られるようになり、三平方の定理を活用して長さを求めることもできるようになる。また、有理数や無理数という新たな観点で数を分類することができるようになる。

本時では、前時まで学習した有理数と無理数の分類について確認した後に小数について焦点をあてる。また、分数を有限小数や循環小数で表したり、循環小数を分数で表したりすることを通して、数の概念やその表し方の理解を深める。教師側から提示される循環する無限小数を分数で表現する方法に疑問をもち、その疑問を方程式を利用して解決することができることを理解させたい。

5 生徒の実態

(1) 調査結果の分析


(2) 授業展開学級について

(3) 一人一人を生かす数学的活動について

学習班での活動を教師が意識的にとり入れることにより、教え合いの時間が生まれ、「わからない」と悩む生徒も班員に聞くことで「わかりそう」という生徒へのヒントになり、「わかった」という生徒も教え方や解答への導き方、間違いの原因について気づきを生むことができる。そのため、「わからない」「わかりそう」「わかった」という生徒一人一人がそれぞれに課題を通して成長することのできる時間となっている。授業の中では、理解が追い付かず、手一杯になってしまう生徒も、毎回の授業後の家庭学習ノートや単元ごとに行っているレポートを工夫し、まとめることで、理解を深めることができている。

6 指導と評価の計画 (16 時間)

時	小単元名	ねらい (学習課題)・学習活動	重点	記録	主たる評価
1	平方根	○方眼紙にいろいろな正方形をかき、その面積と辺の関係から1辺の長さについてどんなことがいえるかを考える。 ・平方根の意味を理解する。	知		知①：ノート
2		○2乗すると a になる数について学ぼう。 ・根号 $\sqrt{\quad}$ を使って、平方根を表す。 ・0の平方根について理解する。 ・記号 \pm を使って、平方根を表す。	知	○	知③④：ノート

3		<p>○平方根の大小について学ぼう</p> <ul style="list-style-type: none"> ・平方根の大小について考える。 ・平方根の大小を不等号を使って表す。 	知		知③：行動観察
4	平方根の値	<ul style="list-style-type: none"> ・$\sqrt{2}$ の近似値を求める。 ・面積 2 cm^2 の正方形の一辺の長さを測り、$\sqrt{2}$ の近似値を小数第一位、小数第二位、…と調べる。 ・限りなく続く小数で表される数があることを理解する。  ・$\sqrt{2}$ や $\sqrt{3}$ などの平方根も数直線上に表すことを理解する。 ・電卓を使って、平方根の近似値を求める。 	知		知③⑦：ノート
5 ・ 6 (本時)	有理数と無理数	<p>○有理数と無理数について学ぼう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・有理数と無理数の意味を理解する。 ・無理数をふくめた数の分類をする。 ・いくつかの分数を小数で表して、その特徴を考察する。 ・小数と、有理数・無理数の関係をまとめる。 ・循環小数を分数で表す方法を理解する。 	知		知⑤：ノート
7	真の値と近似値	<p>○長さなどの測定して得られた値について考えよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・線分の長さなどを実際に測り、測定値、真の値、近似値、誤差、有効数字などの用語とその意味を理解する。 ・実際に測定した値から得られた近似値をもとに、有効数字の意味と表し方を理解する。 	知		知⑦⑧：ノート
8	根号をふくむ式の乗法除法	<p>○根号をふくむ式の乗法、除法について学ぼう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・長方形の面積を考える場面で、$\sqrt{\quad}$ のついた数の積のきまりを予想し、その予想が正しいかどうかを確かめる方法を考え、表現させる。 ・具体的な数の例から乗法のきまりを予想する。 ・$\sqrt{\quad}$ のついた数の乗法を計算する。 ・$\sqrt{\quad}$ のついた数の除法を計算する。 ・\sqrt{a} の形で表す。 	思	○	思①：ノート
9		<p>○$\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にしよう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・$\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数にして表す。 ・素因数分解を使って、$\sqrt{\quad}$ の中を簡単な数で表す。 ・$\sqrt{\quad}$ の中を簡単にしてから、積を計算する。 	知		知②：行動観察
10		<p>○分母を根号をふくまない形にすることについて学ぼう。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・分母を有理化することの意味を理解する。 	知		知③：行動観察

		<ul style="list-style-type: none"> ・分母の有理化をする。 			
11		<ul style="list-style-type: none"> ○$\sqrt{\quad}$をふくむ式の値について学ぼう。 ・$\sqrt{\quad}$をふくむ式の値を求める。 ・$\sqrt{\quad}$の中の数を10倍、100倍、…、あるいは、0.1倍、0.01倍、…したときのきまりを考え、話し合う。 ・既習の計算の法則を用いれば、根号をふくむ式の値と近似値との大きさを考える。 	思	○	思①：行動観察
12	根号をふくむ式の計算	<ul style="list-style-type: none"> ○根号をふくむ式の和と差について学ぼう。 ・具体的な数の例から、近似値などを用いて、加法のきまりを予想する。 ・$\sqrt{a} + \sqrt{b}$はこれ以上簡単にすることができないことを理解する。 ・根号の中の数が同じ場合は、文字式の種類項どうしの計算と同じように考え、計算ができることを理解する。 	思		思①：行動観察
13 ・ 14		<ul style="list-style-type: none"> ○根号をふくむ式の積と商について学ぼう。 ・かっこのある根号をふくむ式の乗法の計算は、分配法則や乗法公式を用いて、かっこをはずして計算する。 ・$\sqrt{\quad}$をふくむ式の展開をする。 ・乗法の公式を使った式の計算をする。 	知		知②③：ノート
15	平方根の利用	<ul style="list-style-type: none"> ○平方根を利用して、いろいろな問題を解決しよう。 ・ピザを作る場面で、ピザの面積を2倍にするには、ピザの半径をどうすればよいか考える。また、解決過程を振り返って、面積が3倍の場合を考察する。 ・正方形の面積は何がわかれば求められるかを考える。 ・正方形の面積の求め方について話し合う。 ・正方形の面積の値の平方根のうち、正の数 が正方形の1辺の長さであることをまとめる。 	思	○ ○	思②：行動観察 態②③：行動観察
16	章末	<ul style="list-style-type: none"> ○「学びをたしかめよう」 ○「学びを身につけよう」 ・単元全体の学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価できるようにする。 	知	○ ○	知①～⑧：ノート 思①②：単元テスト

7 本時（第6時）について

(1) 本時の目標

①循環小数、循環しない無限小数について理解し、循環小数を分数で表すことができる。

【知識及び技能】

②循環小数が分数に表せる理由を説明することができる。

【思考力・判断力・表現力等】

(2) 本時の展開

過程	生徒の学習内容と活動	教師の指導・留意点 ◎指導や支援 ◆評価(評価方法)
<p>導入 3分</p> <p>課題① 17分</p>	<p>1 前時までの学習の復習を行う。</p> <p>・前時の学習内容を思い出し、本時の授業とのつながりを感じる。</p> <p style="text-align: center;">< TV モニター グーグルスライド ></p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>2章—5の確認</p> <ul style="list-style-type: none"> ・数全体が有理数と無理数に分けられること ・小数には、有限小数と無限小数があること </div> <p>2 考えてみよう</p> <p>4つの無限小数を比べ、有理数であるものと無理数であるものの違いを考え発表する。(個人)</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p style="text-align: center;">無限小数 (例)</p> <p style="text-align: center;">$\frac{1}{3} = 0.3333 \dots$ $\sqrt{2} = 1.41421356 \dots$</p> <p style="text-align: center;">$\frac{4}{11} = 0.363636 \dots$ $\pi = 3.14159265 \dots$</p> </div> <p>【予想される生徒の反応】</p> <p>・繰り返し同じ数字が続くものと、ランダムに数が並ぶものがある。</p> <p>3 無限小数の分類についてのプリントを使って、循環小数・循環しない無限小数について学ぶ</p> <div style="border: 2px solid black; padding: 5px;"> <p>POINT 無限小数の分類</p> <p>①ある位よりさきは、決まった数字が繰り返される小数を循環小数という。循環小数は有理数である。</p> <p>例：$0.333\dots = \frac{1}{3}$ $0.363636\dots = \frac{4}{11}$ など</p> <p>また、$0.333\dots$は $0.\dot{3}$、$0.363636\dots$は $0.3\dot{6}$</p> <p>$0.123123123\dots$は $0.\dot{1}2\dot{3}$と表すことができる。</p> <p>②①のような繰り返しのないものを循環しない無限小数という。循環しない無限小数は無理数である。</p> <p>例：$1.41421356\dots = \sqrt{2}$ $3.14159265\dots = \pi$ など</p> </div>	<p>◎前時に学習した内容をTVのスライドを見ながら復習し、確認する。</p> <p>◎本時の学習課題は後に示すことを伝える。</p> <p>◎前時の内容と同じ数をスライドで用意して、提示する。</p> <p>◎$\sqrt{2}$ と π については、前時に無理数の例として取り上げ、おおよその値についても確認しておく。</p> <p>◎注目する視点を無限小数に絞り、その中でも有理数のものと無理数のものがあることに疑問をもたせる。</p> <p>◆循環小数、循環しない無限小数について理解することができるか。 【知識・技能】</p> <p>◎無限小数の分類についてまとめたプリントを配布し、無限小数には循環小数と循環しない無限小数があることを説明する。</p> <p>◎循環小数の表記の方法についても説明する。</p>

	<p>4 本時の学習課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>[学習課題] 循環小数は有理数であることを示すことができるだろうか。</p> </div> <p>5 循環小数を分数で表す方法について考える。 ・TVに映したスライドを元にしながら考える。 < TVモニター グーグルスライド ></p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>1 枚目 循環小数 $0.\dot{5}$ を分数で表しなさい。</p> <p>2 枚目 数の不思議・小学校算数の考え方 $0.333\cdots = \frac{1}{3}$ と表すことができる。</p> <p>3 枚目 $0.333\cdots = \frac{1}{3}$ ということは、 $0.111\cdots = \frac{1}{9}$ ですね。</p> <p>4 枚目 では、改めて、$0.111\cdots = \frac{1}{9}$ であることを ヒントに $0.555\cdots$ はどのように分数で表される でしょうか。</p> <p>5 枚目 $0.111\cdots$ を5倍することで $0.555\cdots$ となるの で、$\frac{1}{9} \times 5 = \frac{5}{9}$ と考えることができる。 よって、 $0.555\cdots$ を分数で表すと $\frac{5}{9}$ となる。</p> </div> <p>6 すべての循環する小数について説明するためには、どのような方法が考えられるか、これまでの学習をヒントに考える。</p>	<p>◎数の不思議・小学校算数の考え方を紹介としてスライドを提示する。</p> <p>◎$0.555\cdots$ は具体例であった、すべての場合を示せたわけではないことを確認する。 ◎$0.636363\cdots$ などの場合はこの考え方では解けないことを確認する。</p> <p>◎これまでの学習で、具体的な数で考えたことを一般化する際にどのような方法で考えたか考えさせ、文字で考えることを思い出させる。</p>
<p>課題② 25分</p> <p>理解</p>	<p>7 例題に取り組む</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>例題</p> </div> <p>$0.\dot{5}$ を方程式の考え方を利用して分数の形で表しなさい。</p> <p>8 方程式を利用して循環小数を分数で表す方法について理解する。</p> <p>・循環小数を文字 x でおくことで、x を分数で表すことを目指す。 ・両辺を10倍するとどのような式になるかを確認する。</p>	<p>◎循環小数の表記の意味を確認する。</p> <p>◎無限に続く循環部分の消去する方法を確認する。 ◎小数以下の繰り返しに注目して、なぜ10倍するのかを確認する。</p>

	<p>・ $x = 0.555\cdots$ と $10x = 5.555\cdots$ の引き算を行うことで、小数第一位以下から無限に続く部分が打ち消しあうことを理解する。</p> <p>・ 一次方程式を解くことで、x の値を分数の形で導く。</p> <p>練習 9 学習班の形に席を変え、問題を解く (個人→丸付け→教えあい)</p> <p>(1) $0.\dot{7}$</p> <p>(2) $0.\dot{6}\dot{3}$</p> <p>Challenge $0.\dot{1}4\dot{8}$</p> <p>・問題を解き終わったら挙手し、先生から丸をもらう。</p> <p>・正解した生徒は、同じ学習班の生徒で困っている友人へ教える活動や、解き終わった生徒の丸付けを行う。</p> <p>・先生に指名された生徒は、ホワイトボードを受け取り、解答を書き、黒板に貼る。</p> <p>・班員が解き終わったところは Challenge 問題を取り組む。</p>	<p>◆循環小数を分数で表すことができるか。【知識・技能】</p> <p>◆循環小数が分数に表せる理由を説明しようとしているか。【思考・判断・表現】</p> <p>◎解答をみながら全体が考えを共有できるように、解答者との対話を行う。</p> <p>◎上位の生徒への個別の手立てとして、数の不思議のスライドで提示した数の分母が 9、99、999 になる理由を考えさせる。もしくは、説明できることについて触れる。</p>
<p>まとめ 5分</p>	<p>10 本時の学習内容を振り返りまとめる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>[まとめ] 循環小数は、方程式を利用することで、有理数であることを示すことができる。</p> </div>	<p>◎方程式を利用した 10 倍して引く方法を小数ではなく、分数で考えると無限に続く小数部分が減法により打ち消され、右辺に整数が現れることを確認する。</p> $x = \frac{7}{9}\cdots\textcircled{1} \quad 10x = \frac{70}{9}\cdots\textcircled{2}$ <p>②－①</p> $10x - x = \frac{70}{9} - \frac{7}{9}$ $9x = \frac{63}{9}$ $9x = 7 \quad \leftarrow \text{右辺は整数になった。}$

(3) 本時の評価

- ① 循環小数、循環しない無限小数について理解し、循環小数を分数で表すことができるか。【知識・技能】
- ② 循環小数が分数に表せる理由を説明することができるか。【思考・判断・表現】